

2020年11月5日@岡山理科大学

---

# 重力理論研究と修正重力理論

桂川大志 (華中師範大学)



# 簡単な自己紹介

名前：桂川大志

所属：華中師範大学@湖北省・武漢市

ホームページ：<http://mogra-phys.com/>

経歴：

- 学部～博士課程@名古屋大学 (博士号@2017年3月)
- ポスドク@名古屋大学 素粒子宇宙起源研究所 (KMI) (2017年4月-8月)
- ポスドク@華中師範大学 (2017年9月-2019年8月)
- 副教授 (准教授) @華中師範大学 (2019年12月-)

専門：

素粒子的宇宙論、修正重力理論



# はじめに

## 今日伝えたいこと...

- 重力といえば一般相対性理論だ、というのが一般的な認識だと思います。
- 一方で、一般相対性理論が作られてから既に100年以上経過しています。
- 100年前に終わった話なのに今更何やるんですか？  
というのは、実に理にかなった疑問だと思います。

「まだ終わっていない。やることはある。」

- どういう研究が行われているのか？
- どういう意味があるのか？
- いわゆる「トンデモ」な話ではないです

11ページ

## 重力理論研究の発展

ガリレオからアインシュタインまで

10ページ

## 一般相対性理論について

一般相対性理論の予言と検証

9ページ

## 修正重力理論について

一般相対性理論ではない重力理論とは

# そもそも、なぜ重力？

## 重力は人類にとってなじみ深いもの

- 自然を記述する **4つの力** の1つ (電磁気力・重力・強い力・弱い力)
- 電磁気力と同じくらい古くから知られている現象
- SFにもよく出てくるテーマ
- (インターステラーは良かったです)

## 歴史に学ぶ(温故知新)

- 重力に関する歴史的な発展について見てみよう
- **一般相対性理論**はどのような流れで発見されたのか?
- 普通の教科書とは違う形式で紹介します

# 歴史探訪（その1）

## ガリレオ・ガリレイ (1564年-1642年)

### ガリレオの等価原理

「一様重力場中の物体の運動」と「一定加速度系での物体の運動」は区別できない。

実は2種類の質量がある（！）

- 慣性質量  $m_I$  : 運動方程式  $F = ma$  の  $m$  ( $a$ の係数)
- 重力質量  $m_G$  : 重力  $F = mg$  の  $m$  ( $g$ の係数)

上の言葉を使って言い換えると

$m$  ●  
 $g$  ↓

「慣性質量  $m_I$  と重力質量  $m_G$  は等価である」

落下運動 :  $F = ma = mg$ ,  $a = g \rightarrow$  質量に無関係

$\rightarrow$  いわゆる、ピサの斜塔での実験の結果

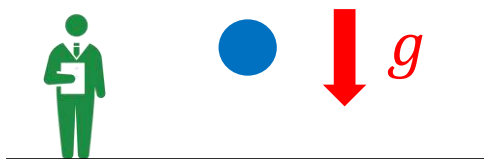


# 歴史探訪（その1）

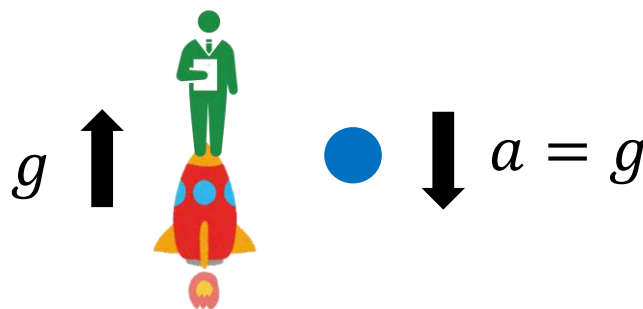
## ガリレオ・ガリレイ (1564年-1642年)

### ガリレオの等価原理

一様重力場@静止系



重力なし@一定加速度系



解くべき運動方程式は、それぞれ

$$F = m_I a = m_G g$$

$$F = m_I a = m_I g$$

慣性質量  $m_I$  と重力質量  $m_G$  が等しければ、2つの運動は同等（等価）なものになり、区別できない。

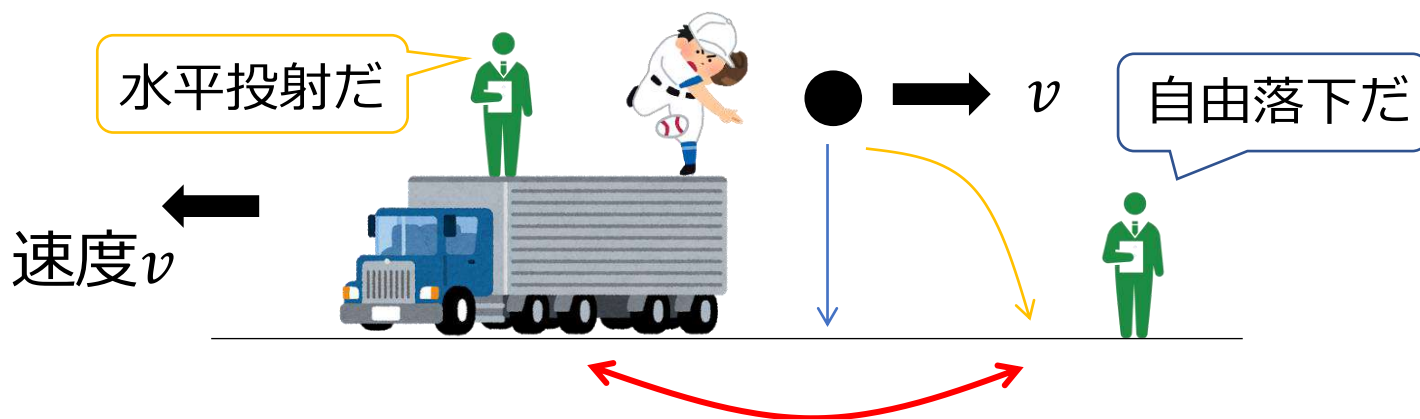
# 歴史探訪（その1）

## ガリレオ・ガリレイ (1564年-1642年)

### ガリレオの相対性原理

「物体の運動法則はすべての慣性系で同じ」

- 観測者の系によって違う風に見える（相対的）けど、同じ法則に従っている。



言い換えると、

2人の観測者の「視点」を入れ替える

「物体の運動法則はガリレイ変換で不変になっている」

$(x, t) \rightarrow (x - vt, t)$  : 速度の足し合わせ、というやつ。

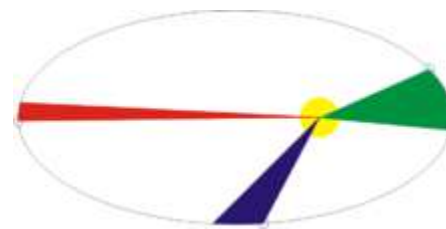
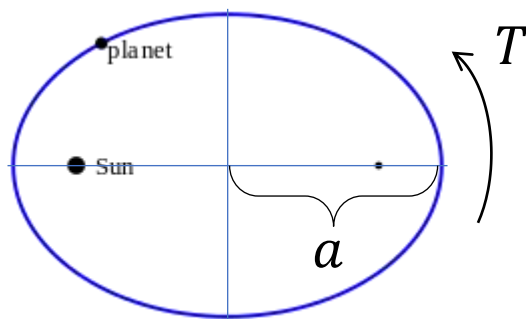


# 歴史探訪（その2）

## ヨハネス・ケプラー (1571年-1630年)

### ケプラーの3法則

1. 楕円軌道の法則：惑星は太陽を焦点の一つとする楕円軌道上を動く  
(円軌道は美しいが「美しさ=真実」ではない)
2. 面積速度一定の法則：惑星と太陽とを結ぶ線分が単位時間に描く面積（面積速度）は一定である
3. 調和の法則：惑星の公転周期の2乗は、軌道長半径の3乗に比例する



$$T^2 \propto a^3$$

# 歴史探訪（その3）

## アイザック・ニュートン (1642年-1727年)

### 万有引力の法則

「物体の運動」と「天体の運動」の統一する新しい法則

### 重力ポテンシャル $\phi$

質量分布

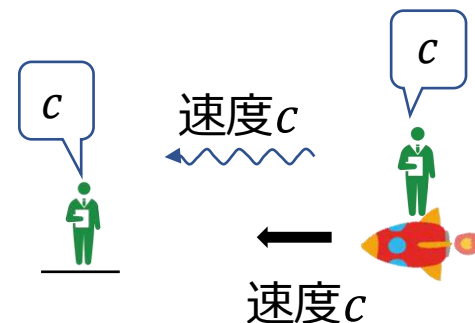
$$\phi = -G \int d^3r' \frac{\rho(r')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad \Delta\phi = 4\pi G\rho(r)$$

最も簡単な場合：質点  $M$  に対して,  $\phi(r) = -GM/r$

- 重力は一瞬で伝搬する “遠隔作用”

一方で、電磁気力は光速  $c$  で伝搬する

- 光速度の存在がガリレイ変換を破る  
(速度の足し合わせができなくなる)



→ 2つの有名な物理法則が相反する性質を持っている？

## アルベルト・アインシュタイン (1879年–1955年)

### 特殊相対性理論の発見

#### 特殊相対性理論の2つの原理

##### 1. 光速度不変の原理

- 電磁気学との整合性を第一に考える
- 光速を不変に保とうとすると、その代償として「絶対時間」が定義できなくなる
- 時間はそれぞれの慣性系で定義されるので時間も座標の1つとして扱う（つまり相対時間）
- 「時空」という考え方が自然に出てくる
- ガリレイ変換不変性は、速度が十分に遅い ( $v \ll c$ ) 場合に復元されるべし

## アルベルト・アインシュタイン (1879年–1955年)

### 特殊相対性理論の発見

#### 2. 特殊相対性原理

「すべての物理法則はすべての慣性系で同じ」

- ガリレオの相対性原理では「物体の運動法則」だったがものを「すべての物理法則」へと拡張した
- 古典力学から「相対論的」力学へ（相対論的流体力学などなど）

観測者によって違う風に見えるが

「物理法則はローレンツ変換で不変になっている」

- 「ガリレイ変換」から「ローレンツ変換」へと拡張

## アルベルト・アインシュタイン (1879年–1955年)

### 一般相対性理論の発見

→ ニュートン重力から「相対論的」重力理論へ

### 一般相対性理論の2つの原理

#### 1. (アインシュタインの) 等価原理

「一様重力場が存在する系」と「一定加速度で運動する系」の間で「すべての物理現象」が等価である。

- ガリレオの等価原理では「物体の運動」だったものを「すべての物理現象」へと拡張した
- 現代的な言い方では「強い等価原理」と呼ぶ
- 「アインシュタインの等価原理」は（重力以外の）すべての物理現象（星内部の自己重力などは含まない）

## アルベルト・アインシュタイン (1879年–1955年)

### 一般相対性理論の発見

#### 2. 一般相対性原理

「すべての物理法則はすべての系で同じ」

- 特殊相対性理論では「すべての慣性系」だったものを  
「（非慣性系を含む）すべての系」へと拡張した

観測者によって違う風に見えるが、

「物理法則は一般座標変換で不変になっている」

- 「ローレンツ変換」から「一般座標変換」へと拡張

科学の歴史は「既存のものを拡張・一般化し続ける」事

# どのように一般相対性理論が発見されたか

## 重力理論研究の歴史まとめ

ニュートン重力 (古典力学)

ガリレオの等価原理  
(弱い等価原理)

特殊相対性理論

光速度不変の原理

一般相対性理論

(アインシュタインの) 等価原理

古典的な物体の運動から物理法則全体へ  
等価原理の適用範囲を広げた  
→ 新たな現象を予言する力を得る

ガリレオの相対性原理  
(ガリレイ変換)

特殊相対性原理  
(ローレンツ変換)

一般相対性原理  
(一般座標変換)

慣性系から非慣性系の物理へ **不変性**  
を広げた  
→ より高い対称性をもつ理論へ

11ページ

## 重力理論研究の発展

ガリレオからアインシュタインまで

10ページ

## 一般相対性理論について

一般相対性理論の予言と検証

9ページ

## 修正重力理論について

一般相対性理論ではない重力理論とは



# 一般相対性理論をどう表現するか

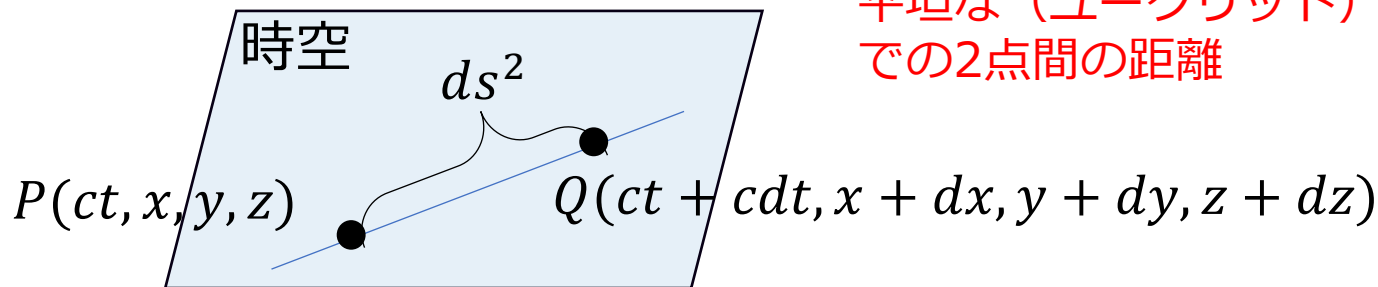
## 一般相対性理論の数学

- 「等価原理」「一般相対性原理」という概念
- これらをどのようにして**数学的に表現する**か？

特殊相対性理論において、光速度不変の原理は、4次元の**ミンコフスキー時空**で表現される。

- ミンコフスキー時空の**線素**を考える

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + \underline{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$



平坦な（ユークリッド）3次元空間での2点間の距離

- これを不変に保つようにローレンツ変換が定義される

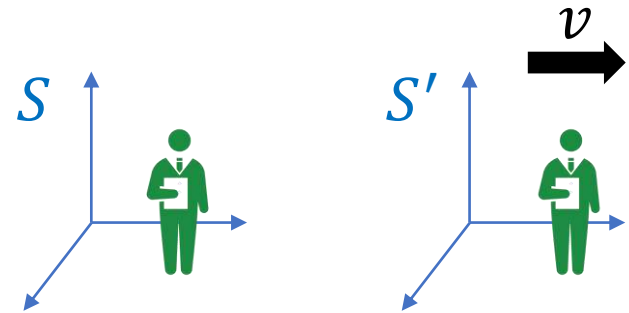
# 一般相対性理論をどう表現するか

## ローレンツ変換についてもう少し

慣性系 $S$ から、 $x$ 軸にそって速度 $v$ で移動する慣性系 $S'$ へと移り変わる変換を考える

慣性系 $S$ の座標系： $(t, x, y, z)$

慣性系 $S'$ の座標系： $(t', x', y', z')$



$$t' = \gamma \left( t - \frac{vx}{c^2} \right), x' = \gamma(x - vt), y' = y, z' = z$$

- ローレンツ因子  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
- もし  $v \ll c$  なら、 $(t', x', y', z') \approx (t, x - vt, y, z)$
- 最高速度 $c$ よりずっと遅い世界では、ガリレイ変換は十分よい近似になっている（非相対論的極限）

# 一般相対性理論をどう表現するか

## 曲がった時空を導入する

- ミンコフスキー時空の線素を一般化

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} g_{00} & \cdots & g_{03} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{30} & \cdots & g_{33} \end{pmatrix}$$

$g_{\mu\nu}(x)$ : 計量 と呼ばれる。

ギリシャ文字:  $\mu, \nu = 0 \sim 3$ ;  $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3)$

- アインシュタインの既約

$$A_\mu B^\mu = \sum_{\mu=0,1,2,3} A_\mu B^\mu$$

→ いちいち $\Sigma$ を付けない (沢山出てきて面倒くさい)

ミンコフスキー時空:  $\eta_{\mu\nu}$  と書く

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1), x^\mu = (ct, x, y, z)$$

# 一般相対性理論をどう表現するか

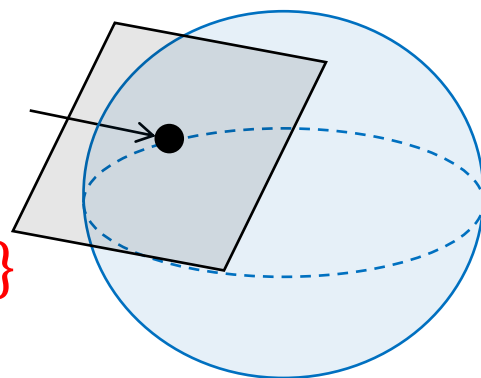
## 局所的なローレンツ変換の不変性

計量の一般化により、「平坦なミンコフスキー時空」から「曲がった一般の時空」へと舞台が変わる

平坦時空  $\eta_{\mu\nu}$   $\Leftrightarrow$  一般の時空  $g_{\mu\nu}$

ある一点で平坦時空に  
することができる

→ 「局所」慣性系  $\{X^\mu\}$



「曲がった」時空  
→ 座標系  $\{x^\mu\}$

- ローレンツ変換は一般座標変換に含まれている
- 特殊相対性理論は「局所的な」慣性系で成立する
- 「大域的な」慣性系はない

# 一般相対性理論をどう表現するか

## 局所的なローレンツ変換の不変性

計量の一般化により、「平坦なミンコフスキー時空」から「曲がった一般の時空」へと舞台が変わる

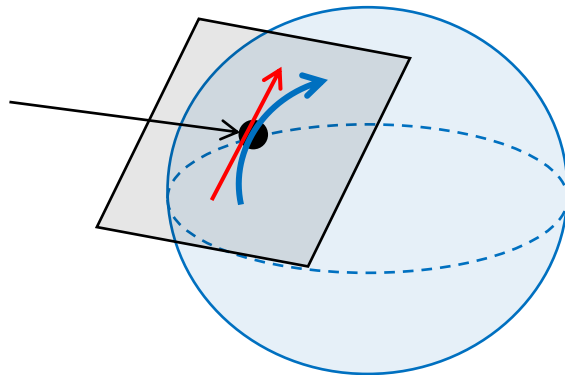
平坦時空  $\eta_{\mu\nu}$   $\Leftrightarrow$  一般の時空  $g_{\mu\nu}$

自由粒子の運動  
(= 最短距離)

$$\text{直線} : m \frac{d^2 X^\mu}{d\tau^2} = 0$$

---

$$\rightarrow ma = 0$$



曲がった時空上を  
「まっすぐ」進む

$$\text{曲線} : m \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = mg^\mu$$

---

$$\rightarrow ma = mg$$

- 局所慣性系での自由粒子の運動は直線だが、一般の座標系では曲線 (測地線方程式)
- 重力 = 時空の歪み (局所的には消せる&等価原理)

# 一般相対性理論をどう理解するか

## 時空の幾何学としての一般相対性理論

- 曲がった時空を特徴づける  $g_{\mu\nu}(x)$  が基本量となる。
- 難しく言うと (擬) リーマン多様体で記述される

多様体 = 我々の時空

- 物理量と物理法則は多様体上に定義される

一般相対性原理をどのように実現するか？

- 一般座標変換に対して不変になるように定式化されなければならない (一般共変性原理)

物理量と物理法則はテンソルを用いて記述される

→ スカラー (関数)、ベクトル、計量など

# 一般相対性理論をどう理解するか

## アインシュタイン方程式

一般相対性理論の運動方程式

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

$g_{\mu\nu}$  : 時空の計量、**基本変数** (～重力場の役割)

$R_{\mu\nu}$  : リッチテンソル、 $R$  : リッチスカラー

- 計量 $g_{\mu\nu}$ とその微分で構成される
- 「**時空の曲率**」を表す量

$T_{\mu\nu}$  : エネルギー運動量テンソル

- 時空上に定義される物質場で構成される
- 「**物質の分布**」を表す量 (+物質の運動方程式)

# 一般相対性理論をどう理解するか

## アインシュタイン方程式

一般相対性理論の運動方程式

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

時空の幾何学  $\Leftrightarrow$  物質の分布

つまり、物質がある  $\rightarrow$  時空が曲がる  $\rightarrow$  重力を生み出す

1. 一般共変性を満たす (テンソルで書かれている)
2. エネルギーと運動量が保存する
3. 非相対論極限でニュートン重力に一致する

ニュートン重力では「スカラー」ポテンシャル $\phi$   
 $\rightarrow$  一般相対性理論では「テンソル」の計量 $g_{\mu\nu}$ になる



# 一般相対性理論をどう使うか

## 一般相対性理論の予言と検証

有名な4つの検証実験

- **重力赤方偏移**：重力によって光の波長が長くなる（赤色に近づいていく）
- **水星の近日点移動**：水星の軌道を正しく予言する（ニュートン重力で観測値の99%は説明できる！）
- **光線の湾曲**：光の経路は直線ではなくなる（重力により「曲がった」時空を「まっすぐ」進む）
- **シャピロ遅延**：重力場中で電磁波の伝播が遅くなる（探査衛星と地球の間の信号の到達時間の遅れ）

一般相対性理論（とその元になる等価原理）の予言は極めて高い精度で検証されている！

# 一般相対性理論をどう使うか

## 一般相対性理論の予言と検証

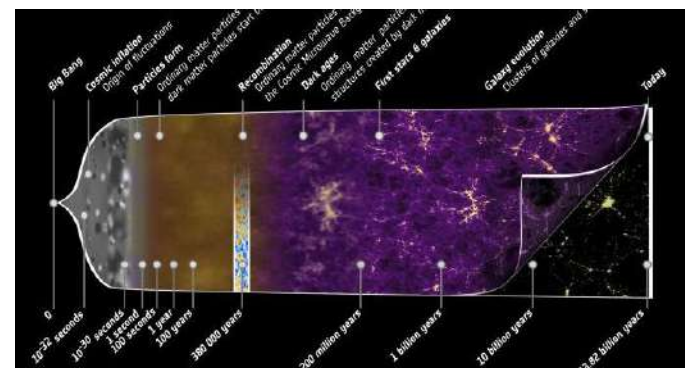
### 現代宇宙論の確立

- 一般相対性理論は宇宙の進化も予言できる
- 様々な観測結果を「ほとんど」全て説明できている！
- より精密な宇宙論の時代へ

### 重力波の検出

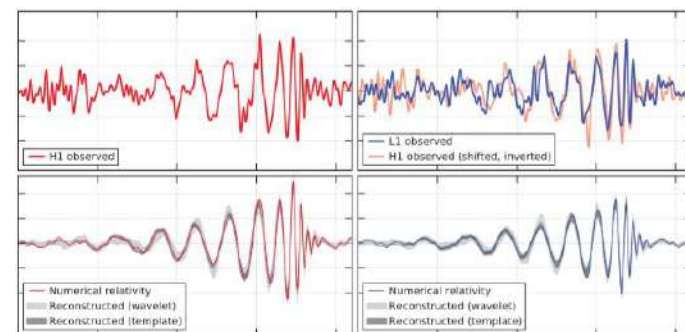
- 物質場の振動（時間変化）は時空の振動（重力波）
- ブラックホール連星から重力波が検出された
- 重力波は確かに存在する！

## 宇宙の歴史



[Planck (2013)]

## 重力波の信号



[LIGO (2016)]

11ページ

## 重力理論研究の発展

ガリレオからアインシュタインまで

10ページ

## 一般相対性理論について

一般相対性理論の予言と検証

9ページ

## 修正重力理論について

一般相対性理論ではない重力理論とは

# なぜ修正重力理論なのか

## 現代の重力理論研究

- 一般相対論はこれまで全ての検証をパスしてきた
- 数学的にも簡単で美しい

したがって、

「重力理論 = 一般相対性理論」

は正しいように見える

でも、そうではないかもしれない???

一般相対論でない重力理論 = 修正重力理論

を考えてみましょう

どうしてそんな (余計な) ことするのか?

# なぜ修正重力理論なのか

## 実験・観測結果との整合性

- これまでの実験・観測を説明できれば問題ない
- 時には観測結果に矛盾する予言を出すこともある
- そういう理論は棄却される（だけ）

## 温故知新1) バルカン vs 一般相対性理論

一般相対性理論が発見される以前、水星の近日点移動を説明するため、水星の内側に「Vulcan」という惑星を仮定し、**なんとかニュートン重力で説明しようと試みた**

- （もちろん）Vulcanは発見されなかった
- **Vulcanではなく一般相対性理論だった**  
(同じことがまた起こるのかもしれない?)



Mr. スポック

# なぜ修正重力理論なのか

## 一般相対性理論の唯一性

4次元時空、一般座標変換不変性、計量のみ  
の理論、運動方程式が2階微分方程式、

という仮定で、一般相対性理論が唯一の重力理論。

[Weinberg (1964)], [Lovelock (1971)] etc.

## 上記の仮定のいくつかを諦める

高次元時空、一般座標変換不変性の破れ、  
計量以外の場を導入する、高階微分を含む運動方程式  
などが考えられる。

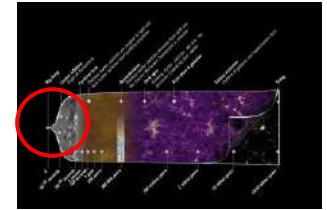
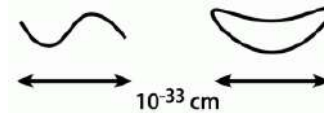
温故知新2) 「美しさ = 真実」ではない。既存のものを  
拡張・一般化し続ける事が科学の歴史。

# なぜ修正重力理論なのか

## 修正重力理論を研究する意義

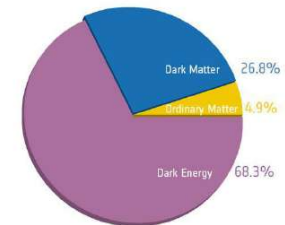
### 1. 高エネルギー物理の観点

- 重力の量子化の問題
- 特異点（物理的予言が破綻！）



### 2. 宇宙論の観点（ここに注目する）

- 宇宙の加速膨張（暗黒エネルギーの正体）
- 宇宙定数「問題」（あるいは理論屋の不満足）



### 3. 理論的興味 of 観点

- 一般相対論をより良く理解する
- なぜ修正重力理論？ = なぜ一般相対論？



## 修正重力理論で何ができるのか？

# 修正重力理論をどう使うか

## 現在の標準宇宙論の仕組み

$\Lambda$ CDM 模型

$$S = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \overset{\text{一般相対性理論}}{R} - \overset{\text{通常物質}}{2\Lambda} \right] + S_{\text{SM+DM}}$$

暗黒エネルギー：宇宙定数 (Cosmological constant :  $\Lambda$ )

暗黒物質：冷たい暗黒物質 (Cold Dark Matter : CDM)

宇宙定数により加速膨張する宇宙を実現する

Q：暗黒物質とは何か？

A：新しい粒子？

Q：宇宙定数とは何か？

A：真空のエネルギー？



暗黒物質~27%

通常物質~5%

暗黒エネルギー~68%

[Planck collaboration]



# 修正重力理論をどう使うか

## 宇宙定数の抱える問題

### 微調整問題

なぜ宇宙定数はとても小さいのか？

$$\Lambda \sim (10^{-33} [\text{eV}])^2 \ll \text{既知のエネルギースケール}$$

真空のエネルギーの発散（量子補正）をどう取り扱う？

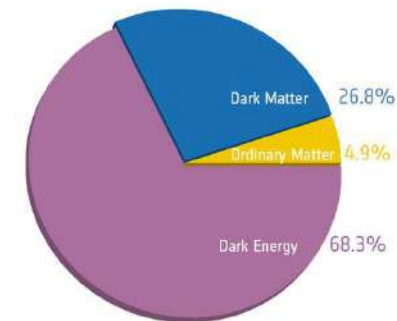
$$\rho_\Lambda = \rho_{\Lambda 0} + \Delta\rho_\Lambda, \quad \Delta\rho_\Lambda \sim (\text{cutoff scale})^4 : 4\text{次発散}$$

### 同時性問題

なぜ今その値（観測値）を取るのか？

= DE : (DM + 通常の物質)  $\approx$  7 : 3

→ なぜか同じ桁数の値になっている



# 修正重力理論をどう使うか

## 宇宙定数が修正重力理論か

- 暗黒エネルギーを説明するのに、**宇宙定数が唯一の方法ではない**

## 暗黒エネルギーをどう理解するか

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \kappa^2 T_{\mu\nu} \quad : \text{(純粋な) 一般相対性理論}$$

~~$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa^2 T_{\mu\nu} \quad : \Lambda\text{CDM 模型}$$~~

$$\text{重力を修正する} = \kappa^2 T_{\mu\nu} \quad : \text{修正重力理論}$$

$$\rightarrow R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + ??? = \kappa^2 T_{\mu\nu} + ???$$

重力の修正を分離できる場合、  
分離した分を**宇宙定数の代わり**に使える

暗黒エネルギーを構成する  
新しい物質場として再解釈  
することもできる

# 修正重力理論をどう使うか

## その他にもいろいろな研究方向がある

### 高エネルギーでの修正重力理論

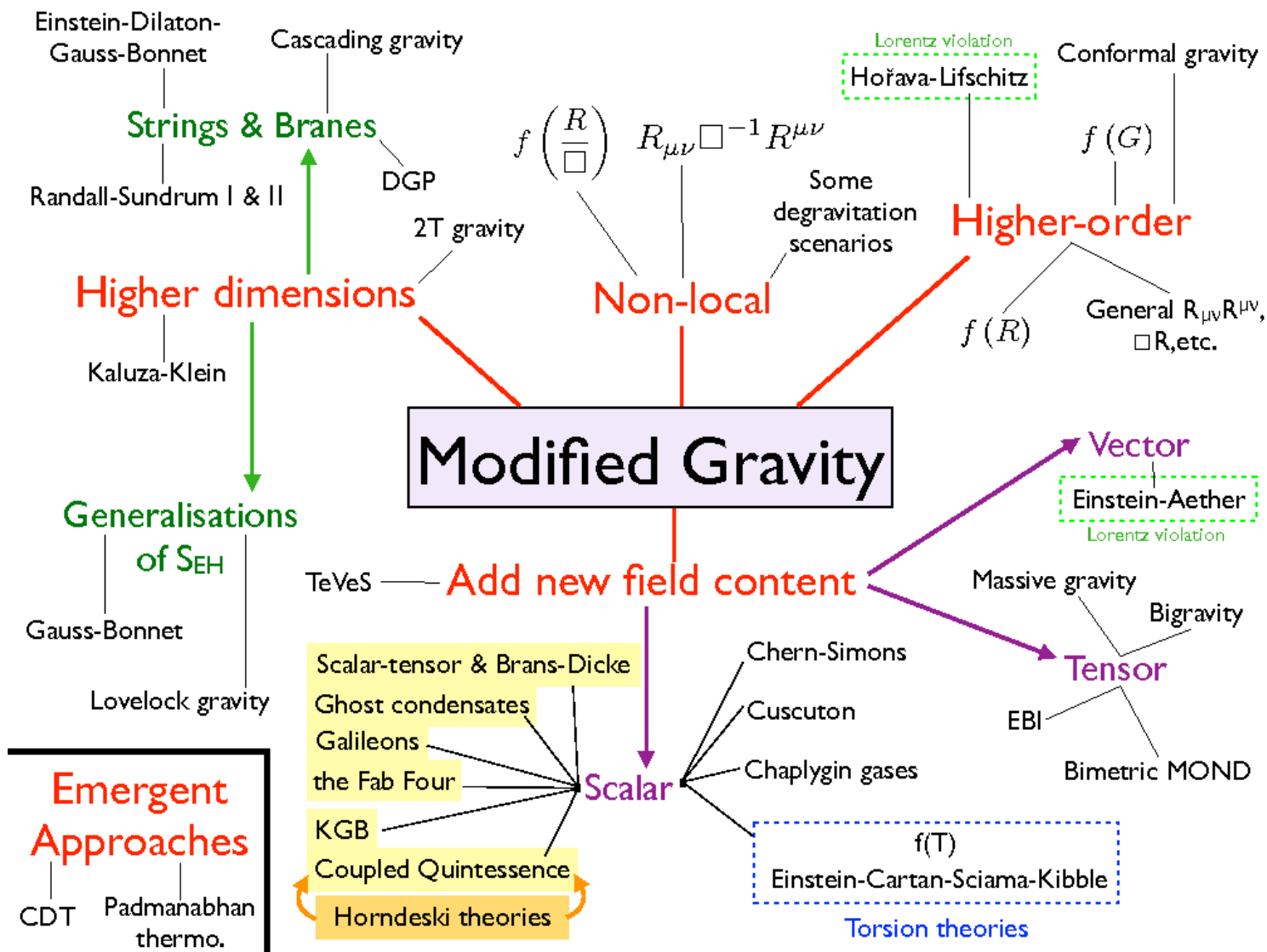
- 重力の量子論的效果を一部取り入れた有効模型
- 初期宇宙への応用（インフレーションなど）
- 特異点を取り除くこともできる（ブラックホール等）

### スカラー場を加えた修正重力理論

- クインテッセンス理論（「第5の力」とも呼ばれる）
- スカラー場が太陽系内での観測結果に矛盾しないようにする（スクリーニング機構）
- 強い等価原理の破れの実験的検証（重力定数や質量の時間変化）

などなど、枚挙に暇がありません

# 修正重力理論をどう使うか



[Philip Bull et al. (2016)]

## Four Golden Lessons (4つの教訓)

[Steven Weinberg (2003)]

- 研究する前にすべてを知っている必要はない。研究を進めながら必要なことを学ぼう。
  - 今日分からなくてもいいので、気になったら調べてみてください
- 混沌としている研究分野の中にこそ発展がある。
  - 新しい分野に挑戦してみてください（できればうちの分野へ）
- 研究が創造的であればこそ、時間の無駄になってしまうこともある。
  - 「正しい努力（天下一品の社長の言葉）」は結果論だと思います
- 自分と関連する分野の歴史を学ぼう。
  - 歴史の流れを知っておくのは大切（今日の最初のお話）

ご清聴ありがとうございました。

質問・コメントなどあれば、なんでもどうぞ



# 修正重力理論をどう使うか

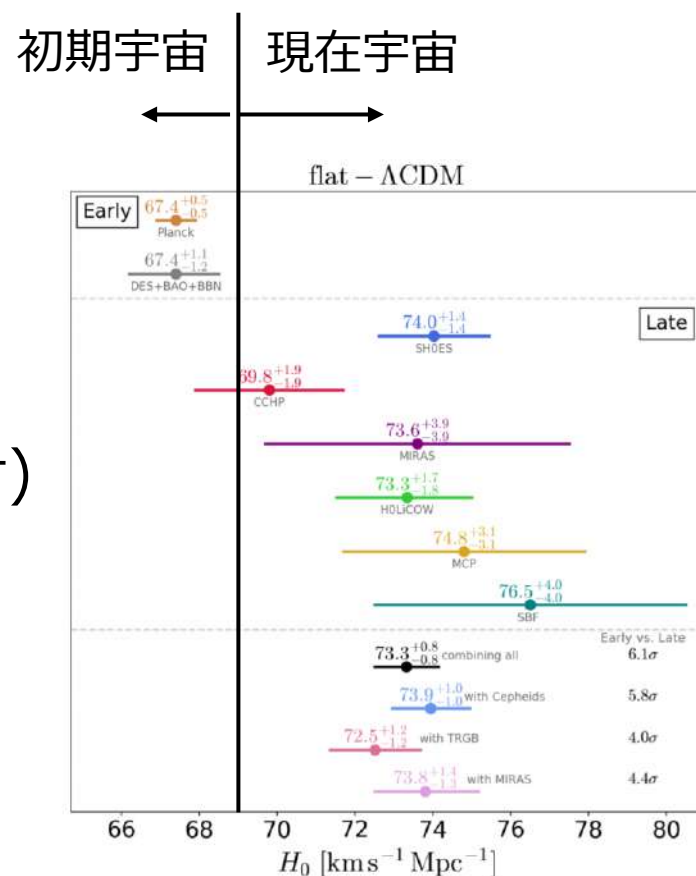
## ハッブル定数の不一致

ハッブルの法則：銀河の後退速度 $v$ は地球からの距離 $d$ に比例する

$$v = H_0 d : \text{ハッブル定数 } H_0$$

- ハッブル定数は様々な方法で決定される
- 近傍宇宙の直接観測で決まるハッブル定数の値と、初期宇宙の情報（宇宙マイクロ波背景放射）を使って推定した値が合わない
- 推定のために $\Lambda$ CDM模型を仮定しているが、それが原因かも？
- （それ以外の可能性もある）

[(Verde et al. (2019))]



# 修正重力理論をどう使うか

## 暗黒物質か修正重力理論か

- 暗黒物質の証拠として銀河の回転速度がある。
- 観測結果を説明するのに、暗黒物質が唯一の方法ではない

銀河スケールでの重力を変更する：**修正ニュートン重力**  
(MOdified Newtonian Gravity : MOND)

$$F = ma \longrightarrow F = m\mu\left(\frac{a}{a_0}\right)a \quad \begin{array}{l} \mu(x) \approx 1 \text{ for } |x| \gg 1 \\ \mu(x) \approx x \text{ for } |x| \ll 1 \end{array}$$

**MOND スケール  $a_0 \approx 10^{-10} [\text{m/s}^2]$**

$$\underline{F = m \frac{GM}{r^2}} \longrightarrow F = m\mu\left(\frac{a}{a_0}\right) \frac{GM}{r^2} \approx \underline{m \frac{GM}{r}}$$

$$\underline{v = (GMa_0)^{-\frac{1}{4}}}$$

**一定の回転速度**

